

## Logarithms – Part II

### Problem Set #1

#### Review

Calculate each. Use the *Power and Base Tables*, if needed. No Calculators!

- 1)  $(\frac{2}{3})^{-1}$
- 2)  $(\frac{2}{3})^0$
- 3)  $(\frac{2}{3})^3$
- 4)  $(\frac{2}{3})^{-3}$
- 5)  $400^2$
- 6)  $400^{-2}$
- 7)  $400^{1/2}$
- 8)  $400^{-1/2}$
- 9)  $1,000,000^{1/2}$
- 10)  $1,000,000^{1/3}$
- 11)  $1,000,000^{-1/3}$
- 12)  $1,000,000^{-2/3}$
- 13)  $64^{-1/2}$
- 14)  $64^{5/2}$
- 15)  $64^{-4/3}$
- 16)  $64^{-5/6}$
- 17)  $64^{-2/3}$
- 18)  $\log_4 16$
- 19)  $\log_3 27$
- 20)  $\log_3 81$
- 21)  $\log_{49} 7$
- 22)  $\log_7 49$
- 23)  $\log_{16} 4$
- 24)  $\log_4 64$
- 25)  $\log_{64} 4$
- 26)  $8^{1/3}$
- 27)  $8^3$
- 28)  $8^{-1/3}$
- 29)  $8^{-3}$
- 30)  $\log_5 25$
- 31)  $\log_{10} 10000$
- 32)  $\log_3 \frac{1}{3}$
- 33)  $\log_2 \frac{1}{4}$
- 34)  $\log_8 (\frac{1}{8})$
- 35)  $\log_8 64$
- 36)  $\log_2 1024$
- 37)  $\log_8 512$
- 38)  $\log_8 (\frac{1}{512})$
- 39)  $\log_8 2$
- 40)  $\log_8 (\frac{1}{2})$
- 41)  $\log_8 0$
- 42)  $\log_9 81$
- 43)  $\log_9 (\frac{1}{81})$
- 44)  $\log_9 3$
- 45)  $\log_9 (\frac{1}{3})$
- 46)  $\log_9 27$
- 47)  $\log_9 (-3)$
- 48) Change to exponent form:  
Example:  $\log_2 8 = 3$   
Solution:  $2^3 = 8$ 
  - a)  $\log_4 64 = 3$
  - b)  $\log_{10} 0.1 = -1$
  - c)  $\log_{16} (\frac{1}{4}) = -\frac{1}{2}$
- 49) Change to log form:
  - a)  $6^2 = 36$
  - b)  $6^{-2} = \frac{1}{36}$
  - c)  $16^{3/4} = 8$

## Power and Base Tables

**2<sup>nd</sup> Power**

<u>N</u>	<u>N<sup>2</sup></u>
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

**3<sup>rd</sup> Power**

<u>N</u>	<u>N<sup>3</sup></u>
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

**4<sup>th</sup> Power**

<u>N</u>	<u>N<sup>4</sup></u>
1	1
2	16
3	81
4	256
5	625
6	1296
7	2401
8	4096
9	6561
10	10000

**5<sup>th</sup> Power**

<u>N</u>	<u>N<sup>5</sup></u>
1	1
2	32
3	243
4	1024
5	3125
6	7776
7	16807
8	32768
9	59049
10	100000

**Base 2**

<u>N</u>	<u>2<sup>N</sup></u>
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024

**Base 3**

<u>N</u>	<u>3<sup>N</sup></u>
1	3
2	9
3	27
4	81
5	243
6	729
7	2187
8	6561
9	19683
10	59049

**Base 4**

<u>N</u>	<u>4<sup>N</sup></u>
1	4
2	16
3	64
4	256
5	1024
6	4096
7	16384
8	65536

**Base 5**

<u>N</u>	<u>5<sup>N</sup></u>
1	5
2	25
3	125
4	625
5	3125
6	15625
7	78125

**Base 6**

<u>N</u>	<u>6<sup>N</sup></u>
1	6
2	36
3	216
4	1296
5	7776
6	46656

**Base 7**

<u>N</u>	<u>7<sup>N</sup></u>
1	7
2	49
3	343
4	2401
5	16807
6	117649

**Base 8**

<u>N</u>	<u>8<sup>N</sup></u>
1	8
2	64
3	512
4	4096
5	32768
6	262144

**Base 9**

<u>N</u>	<u>9<sup>N</sup></u>
1	9
2	81
3	729
4	6561
5	59049
6	531441

## Problem Set #2

Calculate each.

- 1)  $9^2$
- 2)  $9^{1/2}$
- 3)  $9^{-2}$
- 4)  $9^{-1/2}$
- 5)  $8,000,000^{1/3}$
- 6)  $8,000,000^{-1/3}$
- 7)  $8,000,000^{2/3}$
- 8)  $8,000,000^{-2/3}$
- 9)  $1,000,000,000,000^{1/4}$
- 10)  $\log_3 9$
- 11)  $\log_2 16$
- 12)  $\log_4 (1/4)$
- 13)  $\log_4 1$
- 14)  $\log_4 2$
- 15)  $\log_4 (1/16)$
- 16)  $\log_4 (-1/2)$
- 17)  $\log_{25} (1/5)$
- 18)  $\log_6 \sqrt{6}$
- 19) Change to exponent form:  
Example:  $\log_2 8 = 3$   
Solution:  $2^3 = 8$ 
  - a)  $\log_{10} 100000 = 5$
  - b)  $\log_4 (1/64) = -3$
  - c)  $\log_3 4x = 5$
- 20) Change to log form:
  - a)  $7^3 = 343$
  - b)  $8^{-3} = \frac{1}{512}$
  - c)  $9^{4x+7} = 285$
- 21)  $\log_{100} 1000000$
- 22)  $\log_{100} 10$
- 23)  $\log_{100} 1000$
- 24)  $\log_{100} 0.1$
- 25)  $\log_{100} 0.01$
- 26)  $\log_{100} 0.001$

- 27)  $\log_9 729$
- 28)  $\log_9 (1/729)$
- 29)  $\log_3 (1/729)$
- 30)  $\log_9 (1/3)$
- 31)  $\log_3 (1/9)$
- 32)  $36^2$
- 33)  $36^{1/2}$
- 34)  $36^{-2}$
- 35)  $36^{-1/2}$
- 36)  $\log_8 16$
- 37)  $\log_8 4$
- 38)  $\log_2 0$
- 39)  $\log_8 1$
- 40)  $\log_{37} (1/37)$
- 41)  $\log_{81} 3$
- 42)  $\log_8 (1/256)$
- 43)  $\log_5 (-25)$
- 44)  $\log_{25} (1/125)$
- 45)  $\log_{27} 81$
- 46)  $\log_{81} (1/27)$

**Solve for X.** It may help to rewrite the equation in exponential or log form.

- 47)  $3^X = 81$
- 48)  $x^4 = 16$
- 49)  $10^X = \frac{1}{1000}$
- 50)  $\log_x 8 = 3$
- 51)  $2^{3X-1} = 32$
- 52)  $\log_4 x = -2$
- 53)  $\log_3 9x = 5$
- 54)  $2 + 3 \log_8(1-2x) = 0$
- 55)  $\frac{1}{8} 10^{4x-7} - 70 = 55$

## Problem Set #4

1) Review. Calculate each.

- |               |                                |
|---------------|--------------------------------|
| a) $9^{5/2}$  | l) $\log_{20} 400$             |
| b) $9^2$      | m) $\log_{20} 8000$            |
| c) $9^{3/2}$  | n) $\log_{25} 625$             |
| d) $9^1$      | o) $\log_{25} (\frac{1}{625})$ |
| e) $9^{1/2}$  | p) $\log_5 (\frac{1}{625})$    |
| f) $9^0$      | q) $\log_5 (\frac{1}{25})$     |
| g) $9^{-1/2}$ | r) $\log_{25} (\frac{1}{5})$   |
| h) $9^{-1}$   | s) $\log_5 (-25)$              |
| i) $9^{-3/2}$ | t) $\log_7 (\frac{1}{7})$      |
| j) $9^{-2}$   | u) $\log_{27} 243$             |
| k) $9^{-5/2}$ | v) $\log_{27} (\frac{1}{243})$ |

### The Laws of Logarithms

- $\log_b (M \cdot N) = \log_b M + \log_b N$
- $\log_b (\frac{M}{N}) = \log_b M - \log_b N$
- $\log_b N^k = k \cdot \log_b N$
- $\log_b (\frac{1}{N}) = -\log_b N$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_b (b^k) = k$
- $b^{\log_b N} = N$
- Change of base formula:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

2) For each of the above laws, explain what it means or how it can be useful.

3) Use one of the Laws of Logarithms in order to evaluate each logarithm. Do not use a calculator, but you may need to use the *Power and Base Tables*.

- $\log_2 (16 \cdot 32)$
- $\log_4 (\frac{16384}{256})$
- $\log_5 (125^4)$
- $\log_{125} 5$
- $\log_3 (\frac{1}{27})$
- $\log_5 (5^8)$
- $8^{\log_8 64}$

4) The following problems were on Problem Set #2 (Do you recall how you did them?) Now, use the *change of base formula*. (Think about what the common base should be.)

- $\log_{27} 81$
- $\log_8 4$
- $\log_{16} (\frac{1}{8})$

5) First estimate the answer to one decimal place, then use your calculator to check your estimate.

- $\log_2 15$
- $\log_4 300$
- $\log_3 2$
- $\log_3 0.4$
- $3^{5.23}$
- $4^{-2.91}$

## Logarithms – Part II- ANSWERS

### Problem Set #1

- |                                  |                                      |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$  | 25) $\frac{1}{3}$                    |
| 2) 1                             | 26) 2                                |
| 3) $\frac{8}{27}$                | 27) 512                              |
| 4) $\frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$ | 28) $\frac{1}{2}$                    |
| 5) 160,000                       | 29) $\frac{1}{512}$                  |
| 6) $\frac{1}{160,000}$           | 30) 2                                |
| 7) 20                            | 31) 4                                |
| 8) $\frac{1}{20}$                | 32) -1                               |
| 9) 1,000                         | 33) -2                               |
| 10) 100                          | 34) -1                               |
| 11) $\frac{1}{100}$              | 35) 2                                |
| 12) $\frac{1}{10,000}$           | 36) 10                               |
| 13) $\frac{1}{8}$                | 37) 3                                |
| 14) 32,768                       | 38) -3                               |
| 15) $\frac{1}{256}$              | 39) $\frac{1}{3}$                    |
| 16) $\frac{1}{32}$               | 40) $-\frac{1}{3}$                   |
| 17) $\frac{1}{16}$               | 41) Undefined.                       |
| 18) 2                            | 42) 2                                |
| 19) 3                            | 43) -2                               |
| 20) 4                            | 44) $\frac{1}{2}$                    |
| 21) $\frac{1}{2}$                | 45) $-\frac{1}{2}$                   |
| 22) 2                            | 46) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$     |
| 23) $\frac{1}{2}$                | 47) No real solution.                |
| 24) 3                            | 48)                                  |
|                                  | a) $4^3 = 64$                        |
|                                  | b) $10^{-1} = 0.1$                   |
|                                  | c) $16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$ |

## Logarithms – Part II- ANSWERS

- |  |  |
|--|--|
| <p>49)</p> <p>a) <math>\log_6 36 = 2</math></p> <p>b) <math>\log_6\left(\frac{1}{36}\right) = -2</math></p> <p>c) <math>\log_{16} 8 = \frac{3}{4}</math></p> | <p>20)</p> <p>a) <math>\log_7 343 = 3</math></p> <p>b) <math>\log_8\left(\frac{1}{512}\right) = -3</math></p> <p>c) <math>\log_9 285 = 4x + 7</math></p> |
|--|--|

### Problem Set #2

- |  |   |
|--|---|
| <p>1) 81</p> <p>2) 3</p> <p>3) <math>\frac{1}{81}</math></p> <p>4) <math>\frac{1}{3}</math></p> <p>5) 200</p> <p>6) <math>\frac{1}{200}</math></p> <p>7) 40,000</p> <p>8) <math>\frac{1}{40000}</math></p> <p>9) 1000</p> <p>10) 2</p> <p>11) 4</p> <p>12) -1</p> <p>13) 0</p> <p>14) <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>15) -2</p> <p>16) No real solution.</p> <p>17) <math>-\frac{1}{2}</math></p> <p>18) <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>19)</p> <p>a) <math>10^5 = 100,000</math></p> <p>b) <math>4^{-3} = \frac{1}{64}</math></p> <p>c) <math>3^5 = 4x</math></p> | <p>21) 3</p> <p>22) <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>23) <math>\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}</math></p> <p>24) <math>-\frac{1}{2}</math></p> <p>25) -1</p> <p>26) <math>-\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}</math></p> <p>27) 3</p> <p>28) -3</p> <p>29) -6</p> <p>30) <math>-\frac{1}{2}</math></p> <p>31) -2</p> <p>32) 1296</p> <p>33) 6</p> <p>34) <math>\frac{1}{1296}</math></p> <p>35) <math>\frac{1}{6}</math></p> <p>36) <math>\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}</math></p> <p>37) <math>\frac{2}{3}</math></p> <p>38) Undefined.</p> <p>39) 0</p> <p>40) -1</p> <p>41) <math>\frac{1}{4}</math></p> <p>42) <math>-\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}</math></p> <p>43) No real solution.</p> |
|--|---|

## Logarithms – Part II- ANSWERS

44)  $-\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$

45)  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

46)  $-\frac{3}{4}$

47)  $x = 4$

48)  $x = \pm 2$  (Only positive 2 if written in log form).

49)  $x = -3$

50)  $x = 2$

51)  $x = 2$

52)  $x = \frac{1}{16}$

53)  $x = 27$

54)  $x = \frac{3}{8}$

55)  $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

### Problem Set #4

1)

a) 243

b) 81

c) 27

d) 9

e) 3

f) 1

g)  $\frac{1}{3}$

h)  $\frac{1}{9}$

i)  $\frac{1}{27}$

j)  $\frac{1}{81}$

k)  $\frac{1}{243}$

l) 2

m) 3

n) 2

o) -2

p) -4

q) -2

r)  $-\frac{1}{2}$

s) No real solution.

t) -1

u)  $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

v)  $-\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$

2) Answers may vary.

3)

a)  $\log_2 16 + \log_2 32 = 4 + 5 = 9$

b)  $\log_4 16384 - \log_4 256 = 3$

c)  $4\log_5 125 = 12$

d)  $\frac{1}{\log_5 125} = \frac{1}{3}$

e)  $-\log_3 27 = -3$

f) 8

g) 64

4)

a)  $\frac{\log_3 81}{\log_3 27} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

b)  $\frac{\log_2 4}{\log_2 8} = \frac{2}{3}$

c)  $\frac{\log_2 \frac{1}{8}}{\log_2 16} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$

5)

a)  $\approx 3.91$

b)  $\approx 4.11$

c)  $\approx 0.631$

d)  $\approx -0.834$

e)  $\approx 312.86$

f)  $\approx 0.018$