Fractions & Square Roots ANSWERS

NOTE: Simplified rational expressions will include restrictions on variables when necessary. Only the restrictions which existed before the expression was simplified (but was not clear after the simplification) will be stated (there may be other restrictions on these variables).

Problem Set #1

1) $5\sqrt{2}$
2) $10\sqrt{7}$
3) $6\sqrt{2}$
4) 36
5) $3x^3 - 2x^2$ $x \neq 0$
6) $4x^2 - 3y^2$ $x, y \neq 0$
7) $x^2 + 3x - 5$ $x \neq 0$
8) $5\sqrt{7}$
9) $2\sqrt{3}$
10) $2\sqrt{30}$
11) $20\sqrt{3}$
12) $20\sqrt{30}$
13) $200\sqrt{3}$
14) $4\sqrt{2}$
15) 18
16) $18\sqrt{10}$
17) 180
18) $3x + 1$ $x \neq 0$
19) $3x^2 + 5x^3y$ $x, y \neq 0$
20) $2x^4 - 3x^2 + 1$ $x \neq 0$

Problem Set #2

1) $2\sqrt{2}$
2) $4\sqrt{5}$
3) $20\sqrt{2}$
4) $40\sqrt{5}$
5)
   a) $\approx$ 7.071
   b) $\approx$ 7.071
   c) $\approx$ 17.321
   d) $\approx$ 17.321
   e) $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ and $\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$
6) $12\sqrt{5}$
7) $60\sqrt{5}$
8) $180\sqrt{10}$
9) $x^3 - 2x^2 - 6x$ $x \neq 0$
10) $x + 2$ $x \neq -6$
11) $\frac{x-4}{x-3}$ $x \neq 3$
12) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
13) $\frac{x}{x-1}$ $x \neq 0$
14) $7\sqrt{10}$
15) $2\sqrt{11}$
16) $3\sqrt{5}$
17) $15\sqrt{2}$
18) $9\sqrt{3}$
19) 27
20) 825
21) $165\sqrt{55}$
22) $6x^2y - 5xy^3$ $x, y \neq 0$
23) $x^2 - 4x - 12$ $x \neq 0$
24) $2x^2 - 12x$ $x \neq -2$
25) $\frac{x+6}{x-2}$ $x \neq 4$
26) $\frac{x+1}{x+5}$ $x \neq 5$
27) $\frac{x^2-3x}{4x+20}$ $x \neq 3$
28) $6x^3 - 5x$ $x \neq 0$
29) $\frac{x+4}{x+5}$ $x \neq 4$
30) $\frac{3x-3}{2x-3}$ $x \neq 0, 1$
31) $\frac{x}{x-1}$ $x \neq 0, -1$
32) 7, 3 or -7, -3

Problem Set #3

1) Multiply the fraction by the denominator over the denominator. In this case: $\frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$
2) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
3) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$
4) $\frac{\sqrt{15}}{5}$
5) $\sqrt{2}$
6) 1 $x \neq -4$
7) -1 $x \neq 4$
8) $\frac{x+4}{4-x}$
9) $\frac{4-3x}{10x^2}$
10) $\frac{7x+19}{x^2+5x+4}$
11) $\frac{5x^2-6}{2x^2+6x}$
12) $\frac{x^2}{x-3}$
13) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
14) $\sqrt{3}$
15) $4\sqrt{3}$
16) $\sqrt{30}$
17) $6\sqrt{70}$
18) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
19) $\sqrt{6}$
20) $\frac{\sqrt{35}}{7}$
21) $\sqrt{3}$
22) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
23) $4x^2y^2 - 3x^3y^5 + 2x$ $x, y \neq 0$
24) $\frac{2}{3x^3}$
25) $\frac{x-7}{x+13}$ $x \neq 3$
26) $\frac{2x^2-12x}{x+6}$ $x \neq 2$
27) $\frac{x+3}{x-1}$ $x \neq 3$
28) $-\frac{x+3}{x-1}$ $x \neq 3$
29) $\frac{x-2}{x^2}$ $x \neq -2$
30) $\frac{c+3}{c-3}$ $x \neq -3$
31) $\frac{10y^2+3x}{4x^2y^5}$
32) $\frac{2x+7}{x^2-4}$
33) $\frac{8x-8}{x^2+2x-15}$
34) $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, $y = -4$

Fractions & Square Roots ANSWERS

Problem Set #4

1) The easiest way to solve rational equations like this is to turn them into non-rational equations as quickly as possible. The best way to do this is to multiply every term in the problem by the product of all of the denominators. Thus the denominators cancel and the equation becomes:
$8(x)(x-2) = (4x-3)(x-2) + (x)(4x-3)$
The answer is: $x = -3$

2) $\frac{\sqrt{13}}{13}$

3) $\sqrt{2}$

4) $15\sqrt{3}$

5) $-3\sqrt{6}$

6) $5\sqrt{6} + 3\sqrt{7}$

7) $5\sqrt{3}$

8) 20

9) 54

10) 1 $\quad x \neq -7$

11) $\frac{x-3}{x+3}$

12) -1 $\quad x \neq 9$

13) -1 $\quad x \neq \sqrt[4]{\frac{5}{3}}$

14) $\frac{3x^4}{4}$ $\quad x \neq 0$

15) $\frac{10x-29}{x^2-3x-10}$

16) $\frac{4x-41}{x^2-3x-10}$

17) $\frac{9x-5}{x^2-25}$

18) $\frac{1}{5-x}$ or $\frac{-1}{x-5}$

19) $\frac{1}{4}$ $\quad m \neq 0$

20) $\frac{4x+16}{5x^4}$ $\quad x \neq -4, \pm 1, 3, 0$

21) $x + 1$ $\quad x \neq \pm\frac{1}{2}$

22) $-2x - 2y$ $\quad x, y \neq 0, x \neq y$

23) $x = \frac{1}{4}, 2$

24) $x = -4, 1$

25) $x = 9$

26) $x = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

27) There are two solutions to this problem: (9, -4) and (2, 3)

Problem Set #5

1) $17 + 9\sqrt{3}$

2) $14 + 11\sqrt{2}$

3) $14 + 6\sqrt{5}$

4) $73 - 40\sqrt{3}$

5) 7

6) $8\sqrt{2}$

7) $15 + 8\sqrt{3}$

8) $12 + 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \sqrt{6}$

9) $11 + 4\sqrt{7}$

10) $29 - 12\sqrt{5}$

11) 22

12) $\frac{4\sqrt{5}}{15}$

13) Multiply by the conjugate of the denominator over itself. So:

$$\frac{5}{(3+\sqrt{2})} \cdot \frac{(3-\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})} = \frac{15-5\sqrt{2}}{7}$$

14) $\frac{9y^2-4x}{12x^2y^3}$

15) $\frac{4y^2+2x-x^3}{x^3y^2}$

16) $\frac{3}{x-5}$

17) $\frac{2x^2+3x+9}{x^2-9}$

18) $\frac{x^2+y^2}{xy}$

19) -1 $\quad x \neq \frac{5}{6}$

20) $-\frac{4x^2}{x+5}$ $\quad x \neq 5$

21) $\frac{3x}{2-x}$ $\quad x \neq -2$

22) 3

23) 1 $\quad x \neq \pm y$

24) $x = 10, -3$

25) First note that $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$ so the easiest way to turn this into a non-rational equation is to multiply all of the terms by $(x + 2)(x - 3)$. The answer is:
$x = 4$ ($x = -2$ is not a possible solution because of division by zero).

26) $-\frac{8}{3}, -\frac{9}{4}$ or $\frac{8}{3}, \frac{9}{4}$

Problem Set #6

1) $\frac{\sqrt{35}}{5}$

2) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

3) $\frac{30-6\sqrt{2}}{23}$

4) $\frac{17-8\sqrt{2}}{23}$

5)
a) $x \approx 2.268$, $y \approx 5.732$
b) 8
c) 13
d) The product of conjugates is an integer.

6) $x = 5, y = 3$ or $x = 7, y = 9$

7) $5\sqrt{6}$

8) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

9) $\frac{3\sqrt{10}}{20}$

10) $18 + 8\sqrt{2}$

11) 32

12) 14

13) $13 - 4\sqrt{3}$

14) $6 + 3\sqrt{3}$

15) $\frac{5+\sqrt{7}}{3}$

16) $\frac{18+3\sqrt{2}-3\sqrt{6}-\sqrt{3}}{17}$

17) $\frac{x^2-7x-12}{x^2-9}$

18) -1 $\quad x \neq 3$

19) $\frac{-2x+1}{12x+18}$

20) $4xy^2 - 3x^2 + 1$ $\quad x, y \neq 0$

21) $\frac{x^2}{x-2}$ $\quad x \neq 0, -2, \frac{3}{2}$

22) $\frac{1}{x}$ $\quad x \neq 1$

23) $x = \frac{5}{6}, 3$

24) $x = 3$

25) $x = 0, \frac{1}{3}$

Fractions & Square Roots ANSWERS

Problem Set #7

1) $x^2 + 2x + 7$ $x \neq -4$
2) $2\sqrt{70}$
3) $9\sqrt{3}$
4) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$
5) $12\sqrt{10}$
6) $\frac{9\sqrt{7}}{35}$
7) $\frac{1}{4x^4}$
8) 1
9) $9 - 4\sqrt{5}$
10) $29 + 12\sqrt{5}$
11) 4
12) $\frac{5-\sqrt{7}}{2}$
13) $7 + 4\sqrt{3}$
14) $\frac{3x^2-9x+21}{x^2+3x-28}$
15) $\frac{3}{x+3}$
16) $\frac{11}{x-3}$
17) $\frac{3x+33}{x^2-9}$
18) $\frac{3x^2-8x+10}{3x^3-75x}$
19) $\frac{x}{y}$ $x \neq 0, x \neq y$
20) $\frac{10x^2+30x+20}{9-9x}$ $x \neq -1, 2$
21) $x^2 + 6x + 5$ $x \neq -3$
22) $x = 6$
23) $x = 0, 3$
24) $x = -\frac{2}{3}$
25) 24 hours

Problem Set #8

1) $x^2 + 2x - 5$ $x \neq 3$
2) $3x^2 - 4x + 1$ $x \neq -\frac{3}{2}$
3) 250
4) $\frac{\sqrt{6}}{4}$
5) $6 + 2\sqrt{5}$
6) $57 - 12\sqrt{15}$
7) $\frac{9}{20}$
8) $\frac{6-3\sqrt{6}}{-2} = \frac{3\sqrt{6}-6}{2}$
9) $-\frac{13+5\sqrt{7}}{3}$
10) $-\frac{x+6}{x+1}$ $x \neq 1$
11) $\frac{x-6}{1-x}$ $x \neq -1$
12) $\frac{9x^3+20y^2}{15x^2y^4}$
13) $\frac{4y-3x}{y^3}$
14) $-3x^3 + 10x^2$ $x \neq -3, 0$
15) $1 - x$ $x \neq 0, 1$
16) $x^2 + 5x + 2$ $x \neq -6$
17) $2x^2 + x - 5$ $x \neq \frac{4}{3}$
18) $3x - 4$ $x \neq \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$
19) $x = -1, -3$
20) $x = 6, -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$
21) $x = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$
22) -10, -8, -6 or 6, 8, 10
23) 9 years old.

Problem Set #9

1) Find three numbers whose product is -15 say -1, 3 and 5. Pick one of the numbers, -1 for example, and use polynomial long division to see if $x - 1$ is a factor of $x^3 + 7x^2 + 7x - 15$. It turns out that it is which reduces the cubic to a quadratic which we can easily factor. $x^3 + 7x^2 + 7x - 15 =$ $(x - 1)(x + 3)(x + 5)$
2) $\frac{8\sqrt{7}}{21}$
3) $12 - 4\sqrt{7}$
4) $7\sqrt{2}$
5) $\frac{5-2\sqrt{3}}{13}$
6) $37 - 20\sqrt{3}$
7) $\frac{\sqrt{3}}{5}$
8) $-7\sqrt{5}$
9) $\frac{9x^3-2y^2}{12x^2y^3}$
10) $\frac{3y^3+5x^3}{x^2y^3}$
11) $\frac{28x-5}{20x^2+60x}$
12) -1
13) $\frac{x^2+6x-11}{x^2-6x+11}$
14) $-\frac{x^3+2x^2}{3}$ $x \neq -2, 0, 5, \pm 6$
15) $\frac{2x-4}{x^2}$ $x \neq -2$
16) $2x^2 + 4x - 3$ $x \neq \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$
17) $6x^2 + 4x - 3$ $x \neq \frac{2}{3}$
18) $x = \frac{2}{3}$, $y = -\frac{3}{4}$
19) $(x - 5)(6x - 1)(x - 3)$
20) $(5x + 2)(2x - 3)(x + 3)$
21) No solutions.
22) $x = 3$
23) 6, 11

Fractions & Square Roots ANSWERS

Problem Set #10

1) $11\sqrt{3}$
2) $675\sqrt{5}$
3) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
4) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$
5) $\frac{-5+3\sqrt{5}}{5}$
6) $-18 + 13\sqrt{2}$
7) $\frac{3}{x^3}$
8) $4x^3 - 3x^2y$
9) $\frac{4x-3}{2-x}$ $\quad x \neq -2$
10) $\frac{9y^2 + 10x}{12x^2y^3}$
11) $\frac{x+8}{x-7}$
12) $-\frac{2x+5}{x^3}$ $\quad x \neq \frac{5}{2}$
13) $-\frac{1}{2}$ $\quad x \neq 0, 1, 2$
14) $\frac{\sqrt{11}}{11}$
15) $\sqrt{5}$
16) $4x - 6$ $\quad x \neq -1, \frac{5}{2}$
17) $4x^2 + 6x + 9$ $\quad x \neq \frac{3}{2}$
18) Two examples: $x = 0$, $y = -6$ $\quad x = 8$, $y = 0$
19) $x = 0$, $y = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$
20) $(x + 20)(x + 2)(x - 2)$
21) $2(x - 1)(x + 3)(x - 2)$
22) $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 3x + 4)$
23) $x = -\frac{4}{5}, 3$
24) 9:50 AM
25) 11 pennies, 55 nickels, 20 dimes, 14 quarters