Mensuration ANSWERS

Problem Set #1

1)

a) 49π in^2 $\approx$ 153.94 in^2

b) 28 in^2

c) 330 cm^2

d) Triangle area: 9.6 m^2
Parallelogram area: 19.2 m^2

e) $\frac{3}{16}$ in^2

f) 54 m^2

g) 28 m^2

h) 120 m^2

2)

a) 960 in^3

b) 1 in^3

c) 300 in^3

d) 27π cm^3 $\approx$ 84.82 cm^3

e) $\frac{64\pi}{3}$ cm^3 $\approx$ 67.02 cm^3

3) $72\sqrt{2}$ cm^3 $\approx$ 101.82 cm^3

4) $V = \frac{\sqrt{2}}{3}e^3$

Problem Set #2

1)

a) 9

b) 27

c) 10,000

d) 1,000,000

2)

a) $\frac{3}{16}$ in^2

b) 216 m^2

c) 100π m^2 $\approx$ 314.16 m^2

d) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ m^2 $\approx$ 3.9 m^2

3)

a) 4 ft^3 = 6,912 in^3

b) 384,000 ft^3

c) 162.624π cm^3
$\approx$ 510.9 cm^3

d) 120 cm^3

e) 972π cm^3 $\approx$ 3053.63 cm^3

f) $\frac{75\pi}{2}$ ft^3 $\approx$ 117.81 ft^3

4)

S_1	A_1	S_2	A_2	S_1:S_2	A_1:A_2
2	4	6	36	1:3	1:9
5	25	15	225	1:3	1:9
2	4	20	400	1:10	1:100
7	49	70	4900	1:10	1:100
4	16	6	36	2:3	4:9
2	4	3	9	2:3	4:9
5	25	8	64	5:8	25:64

5) The square of the ratio of the sides of two squares will equal the ratio of the areas of these squares.

6)

R_1	A_1	R_2	A_2	R_1:R_2	A_1:A_2
2	4π	6	36π	1:3	1:9
5	25π	15	225π	1:3	1:9
2	4π	20	400π	1:10	1:100
7	49π	70	4900π	1:10	1:100
4	16π	6	36π	2:3	4:9
2	4π	3	9π	2:3	4:9
5	25π	8	64π	5:8	25:64

7) The square of the ratio of the radii of two circles will equal the ratio of the areas of these circles.

8) 45 cm x 90 cm

9) $18\sqrt{2}$ cm^3 $\approx$ 25.46 cm^3

10) $\frac{\sqrt{2}}{12}e^3$

Mensuration ANSWERS

Problem Set #3

1)
   a) V = 72 m^3, SA = 108 m^2
   b) V = 1600π in^3
      $\approx$ 5026.55 in^3
      SA = 520π in^2
      $\approx$ 1633.63 in^2
   c) V = $\frac{1372\pi}{3}$ in^3
      $\approx$ 1436.76 in^3
      SA = 196π in^2
      $\approx$ 615.75 in^2
   d) V = $\frac{800\sqrt{119}}{3}$ cm^3
      $\approx$ 2909 cm^3
      SA = 1360 cm^2
2)
   a) 8:1
   b) 27:1
   c) 125:27
3)
   a) 8:1
   b) 27:1
   c) 125:27
4) The ratio of the volumes of two similar solids is equal to the cube of the ratio of their edges or radii.
5) $\frac{10\sqrt{2\pi}}{\pi}$ft $\approx$ 7.979 ft
6)
   a) $\sqrt{2}$:1
   b) 2:1
   c) 2:1
   d) 4:1
7) $\frac{88}{\pi} - 2$ ft $\approx$ 26.011 ft
8) C:T:O = 6:2:1

Problem Set #4

1)
   a) V = 54π in^3 $\approx$ 169.65 in^3
      SA = 54π in^2 $\approx$ 169.65 in^2
   b) V = $\frac{500\sqrt{2}}{3}$ cm^3 $\approx$ 235.7 cm^3
SA = $100 + 100\sqrt{3}$ cm^2 $\approx$ 273.21
2) $\frac{550\pi}{3}$ in^2 $\approx$ 575.96 in^2
3) $9\sqrt{2}$ cm^3 $\approx$ 12.73 cm^3
4) $2 \cdot \sqrt[3]{\frac{45}{2\pi}}$ ft. $\approx$ 3.86 ft.
5) $\sqrt{\frac{30}{\pi}}$ ft. $\approx$ 3.1 ft
6) $a^2 : b^2$
7)
   a) $a^2 : b^2$
   b) $a^3 : b^3$
8) Take the logs to be cylinders. If the smaller log has a height of h and a diameter of d, then the bigger log has a height of $1.6h$ and a diameter of $1.6d$. Using a ratio yields an answer of 40.96 lbs.
9)
   a) 6 x 2.5
   b) $4\sqrt{15} \approx 15.492$
   c) $2\sqrt{15\pi} \approx 13.73$
10) 5 m^2
11) $\frac{\sqrt{3}}{4}B^2$
12) $80\pi \approx$ 251.33
13) πrk
14) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ fl. oz.
15) L + M = $\frac{ab}{2}$

Problem Set #5

1) ≈ 2.9584 times greater or 195.84% greater.
2) 125 times greater.
3) $144\sqrt{2}\ \text{cm}^3 \approx 203.65\ \text{cm}^3$
4) $\approx 26\%$
5) *See full explanations of 5b and 5c on the following page.*
   a) $\sqrt{3} : 1$
   b) $\sqrt{3} : 1$
   c) $3 : 1$
6)
   a) Let x be the radius of the larger sphere, y be the radius of the middle sphere and z be the radius of the smaller sphere. From problem 5a, we know the ratio of $x : y = \sqrt{3} : 1$ and $y : z = \sqrt{3} : 1$ thus $x : z = 3 : 1$
   b) 3:1
   c) 3:1
   d) 3:1
7) $12 : \pi \approx 3.82 : 1$
8) $24 : \pi\sqrt{5} \approx 3.42 : 1$
9) $6 : \pi \approx 1.91 : 1$
10) $6 : \pi \approx 1.91 : 1$
11) This is a tricky problem without trigonometry. The easiest way to complete it is to use an altitude from one of the base angles. This will create a 30-60-90 triangle. Using this we find that the area of the triangle is $\frac{1}{4}$.
12) *See full explanation on the page after next.*
   a) r : R ≈ 0.7187 : 1
      R : r ≈ 1.3914 : 1
   b) ≈ 0.5165 : 1
      or ≈ 1.936 : 1

5) *Explanation*

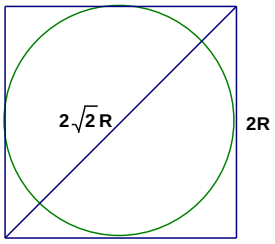
b) Let the edges of the octahedron be 1. Then the radius of the large sphere is $\frac{\sqrt{2}}{2}$. The points of contact of the smaller sphere and the octahedron are at the center of the faces of the octahedron (which are equilateral triangles). Let one of these points be X. X is $\frac{1}{3}$ of the way up the face. Let the midpoint of the base of this face be Y. Let the center of the larger sphere be C. XY = $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

CX = $\frac{1}{2}$. Using the Pythagorean Theorem, we can find that CY = $\frac{\sqrt{6}}{6}$ which is the radius of the smaller sphere. Thus the ratio of the radii of the spheres is: $\sqrt{3}$: 1.

c) The sum of the radii of the smaller and larger spheres is equal to the height of the tetrahedron. Let the edges of the tetrahedron be of length 1. Thus the height of the tetrahedron is equal to $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (create a right triangle with one of the edges of the tetrahedron as the hypotenuse and the height of the tetrahedron as one of the legs). Now imagine that the tetrahedron sits inside a cube such that each of the edges of the tetrahedron are a diagonal of a face of the cube (see the picture in Problem Set #3, Problem 8). Thus the edges of the cube are of length $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Let A, B, C, and D be the vertices of the tetrahedron and X be the center of both spheres (and the tetrahedron). Connect the midpoints of AB and CD (opposite edges of the tetrahedron). This line has a length equal to the edge of the cube and its midpoint is X. If Y is the midpoint of AB, then XY = $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Using the right triangle XYA, we will find that XA = $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (the radius of the larger sphere). Thus the radius of the smaller sphere is $\frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{12}$. Thus the ratio of the radii of the two spheres is: $\frac{\sqrt{6}}{4} : \frac{\sqrt{6}}{12} = 3 : 1$

12) *Explanation*

Let R be the radius of the big circle and r be the radius of the little circle. The diagonal of the square then is $2R + 2\sqrt{2}\,R$ which one can see if one were to inscribe a big circle in a square as shown here:



Thus $\sqrt{2}\,x = 2R + 2\sqrt{2}\,R$.

So $x = R(\sqrt{2} + 2)$ (Eq. 1)

Using the right triangle in the picture below (which has two vertices at the center of two circles):

$y^2 = w^2 - z^2$

$y^2 = (R + r)^2 - (R - r)^2$

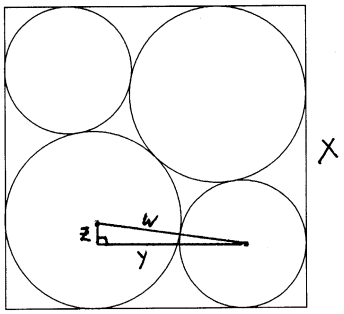
$y^2 = 4Rr$

$y = \sqrt{4Rr} = 2\sqrt{Rr}$

$x = R + y + r$

$x = R + 2\sqrt{Rr} + r$

$x = (\sqrt{R} + \sqrt{r}\,)^2$ (Eq. 2)



Combine equations 1 and 2:

$(\sqrt{R} + \sqrt{r}\,)^2 = R(\sqrt{2} + 2)$

$\sqrt{R} + \sqrt{r} = \sqrt{R}\sqrt{\sqrt{2} + 2}$

$\sqrt{r} = \sqrt{R}\sqrt{\sqrt{2} + 2} - \sqrt{R}$

$\sqrt{r} = \sqrt{R}\,(\sqrt{\sqrt{2} + 2} - 1)$

$\sqrt{r} : \sqrt{R} = \sqrt{\sqrt{2} + 2} - 1$

$r : R = (\sqrt{\sqrt{2} + 2} - 1)^2$

$r : R = (3 + \sqrt{2} - 2\sqrt{\sqrt{2} + 2}\,) : 1$

FINAL ANSWERS:

a) $r : R \approx 0.7187 : 1$

$R : r \approx 1.3914 : 1$

b) $\approx 0.5165 : 1$

or $\approx 1.936 : 1$

Algebra Review – Section A - ANSWERS

Problem Set #1

1) $(x - 4)(x - 6)$
2) $(x + 12)(x - 2)$
3) $(x + 7)(x - 7)$
4) $(x + 4)(x + 3)$
5) $(x - 10)(x - 2)$
6) $(x + 6)^2$
7)
   a) 12^2
   b) $x = 15$
   c) One.
   d) Two. 15 & -15
   e) Negative numbers.
8)
   a) $x = 7$
   b) $x = 2$
   c) $x = 3$
   d) $x = 2, 3$
   e) No solutions.
9)
   a) $x = \pm 7$
   b) $x = -3, 2$
   c) $x = 0, 3$
   d) $x = 2, 3$
   e) $x = -2, -3$

Problem Set #2

1) $7x^2$
2) $12x^4$
3) $2x^4 - 2x^3$
4) $5x^7$
5) x^{12}
6) x^{12}
7) 49
8) $\frac{1}{49}$
9) $\frac{9}{16}$
10) $\frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$
11) 11
12) $2\sqrt{2}$
13) 6
14) $2\sqrt{6}$
15) $\sqrt{17}$
16) 6
17) $10\sqrt{2}$
18) 0
19) $x - 1$
20) $2x + 5y + 1$
21) $-1 + \sqrt{2}$
22) $x = 3, y = -5$
23) $x = 2, y = 5$
24) $x = 12$
25) $x = 13$
26) $x = -12, 2$
27) $x = \pm 9$
28) $x = \frac{2}{9}$
29) $x = 0$
30) $x = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$
31) $x = 48$
32) $x = -\frac{33}{7} = -4\frac{5}{7}$
33) 12 ft. x 6 ft.
34) $(x + 2)(x + 3)$
35) $(x - 2)(x - 3)$
36) $(x + 6)(x - 1)$
37) $(x - 6)(x + 1)$
38) $(x + 7)^2$
39) $(x - 7)^2$
40) $(x + 15)(x - 4)$
41) $2(x + 15)(x - 4)$
42) $(x - 7)(x + 6)$
43) $(x + 6)(x - 6)$
44)
   a) 52.5 mph
   b) One example is:
      $speed = \frac{distance}{time}$

Problem Set #3

1) Can't factor.
2) $(x - 3)(x - 4)$
3) Can't factor.
4) $2(x^3 + 2)(x^3 - 2)$
5) $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$
6) $(x - 8)(x - 5)$
7) $(x^4 + 19)(x^4 - 19)$
8) $(x + 9)(x - 7)$
9) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400
10) $-6x^5$
11) $27x^{10}$
12) $625x^8$
13) $2x^2 + 5x^3$
14) $10x^2y^3 + 6x^3y^2$
15) $\frac{1}{16}$
16) $\frac{27}{125}$
17) $\frac{125}{27} = 4\frac{17}{25}$
18) $\frac{125}{27} = 4\frac{17}{25}$
19) -1, 11
20) $4\sqrt{3}$
21) $6\sqrt{2}$
22) 12
23) $6\sqrt{2}$
24) $12\sqrt{5}$
25) -1, 3
26) $-1 \pm \sqrt{5}$
27) $\frac{7 \pm \sqrt{21}}{7}$
28) 2x + y
29) 3x + 4y
30) $x = 2, y = -2$
31) x = 55, y = 8
32) $x = -\frac{1}{3}$
33) $x = -\frac{13}{33}$
34) $x = -4, 7$
35) $x = 0, -4, 7$
36) $x = \pm 18$
37) $x = \pm 18$
38) $x = 0, 5$
39) $x = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$
40) $x = -\frac{19}{20}$
41) $x = \pm 8$
42) $x = 4$
43) 8 cm

Problem Set #4

1) $-4x^4$
2) $45x^8$
3) $a^3b^4 + 4a^3b^3$
4) $\frac{1}{1000}$
5) x
6) x
7) $10\sqrt{2}$
8) $-1, \frac{19}{13} = 1\frac{6}{13}$
9) $\sqrt{2}$
10)

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$
$3^2 = 9$	$4^2 = 16$
$5^2 = 25$	$6^2 = 36$
$7^2 = 49$	$8^2 = 64$
$9^2 = 81$	$10^2 = 100$
$11^2 = 121$	$12^2 = 144$
$13^2 = 169$	$14^2 = 196$
$15^2 = 225$	$16^2 = 256$
$17^2 = 289$	$18^2 = 324$
$19^2 = 361$	$20^2 = 400$

11) $(x - 16)(x + 9)$

12) $4(x + 5)(x – 4)$
13) $10(x – 10)(x + 5)$
14) $x(x + 9)(x – 2)$
15) $(x^3 + 3)(x^3 – 3)$
16) Can't factor.
17) Can't factor.
18) $5x^2(x – 6)$
19) $5x(x + 2)(x – 2)$
20) $10(x + 2)(x + 5)$
21) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
22)
    a) $x = -1, -2$
    b) $x = -2, 3$
23)
    a) $x = -2 \pm \sqrt{10}$
    b) $x = -4, -\frac{1}{3}$
24) $x = -7$
25) $x = \frac{29}{45}$
26) $x = -4, -7$
27) $x = -10$
28) $x = -\frac{100}{21} = -4\frac{16}{21}$
29) $x = 0, \pm 8$
30) $x = \pm 12$
31) $x = -\frac{29}{7} = -4\frac{1}{7}$
32) $x = -23, -1$
33) $x = -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5}$
34) $x = -\frac{3}{10}$
35) $x = 2$
36) $x = -4 \pm \sqrt{17}$

Problem Set #5

1) $-7x^3 + 3x^7$
2) $30x^7$
3) $3x^3 + 5x^2 + 7x$
4) $36x^6$
5) $\frac{1}{36x^6}$
6) $11 + 6\sqrt{2}$
7) $(x + 5)(x + 12)$
8) $(x – 12)(x – 5)$
9) $(x – 3)(x + 20)$
10) $(x + 3)(x – 20)$
11) $(x + 7)(x – 7)$
12) $(x^2 + 1)(x + 1)(x – 1)$
13) Can't factor.
14) $7(x^3 + 2)(x^3 – 2)$
15) $2x^3(x + 2)(x + 6)$
16)
    a) $x = 4, 6$
    b) $x = -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$
17)
    a) $x = 6, 7$
    b) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{89}}{2}$
    c) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{29}}{10}$
    d) $x = 1$
    e) $x = 5, -1$
    f) $x = -8 \pm \sqrt{89}$
18) $X = \frac{2 - 3Y}{4} = -\frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}$
19) $X = \frac{Y+12}{6} = \frac{1}{6}Y + 2$
20) $x = 1, y = -2$
21) $p = 2, q = -2$
22) $x = -\frac{4}{21}$
23) $x = 10, 40$

24) $x = -10$
25) $x = 3, -4$
26) $-\frac{64}{5} = -12\frac{4}{5}$
27) $-1, -\frac{1}{3}$
28) $x = 0, -7$
29) $x = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}$
30) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{4}$
31) $x = 4, -15$
32) $x = 0, \frac{1}{2}$
33) 52.5 minutes

Problem Set #6

1) $(x + 6)(x + 4)$
2) $(x – 6)(x – 4)$
3) $(x + 12)(x – 2)$
4) $(x – 12)(x + 2)$
5) $(x^3 + 5)(x^3 – 5)$
6) Can't factor.
7) Can't factor.
8) $(x^4 + 4y^3)(x^4 – 4y^3)$
9) $(x^4 + 4y^2)(x^2 + 2y)(x^2 – 2y)$
10) Can't factor.
11) $(x + 10)(x + 2)$
12) $3(x^3 + 10)(x^3 – 10)$
13) $(x – 7)(x – 1)$
14) $x = -\frac{1}{4}, 2$
15) $x = -3, -9$
16) $x = 5, \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
17) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{77}}{2}$
18) No solution.
19) $x = \pm 7$
20) $x = 0, -\frac{3}{4}$
21) Do these by factoring.
22) $x = 9, -3$
23) $A = \frac{B+15}{5} = \frac{1}{5}B + 3$
24) $A = \frac{6-6B}{4} = -\frac{3}{2}B - \frac{3}{2}$
25) $x = 10, y = 1$
26) $x = 5, y = -6$
27) $x = 3, 7$
28) $x = 5 \pm \sqrt{46}$
29) No solution.
30) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$
31) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{145}}{6}$
32) $x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{2}$
33) No solution.
34) No solution.
35)
    a) Bob drives more slowly to work than he does coming home so his trip to work will take longer.
    b) $17\frac{1}{7} \approx 17.143$ miles

Problem Set #7

1) $(x + 10)(x + 3)$
2) $(x – 10)(x – 3)$
3) $(x + 15)(x – 2)$
4) $(x – 15)(x + 2)$
5) $(x + 1)(x – 1)$
6) $(x^2 + 3y^5)(x^2 – 3y^5)$
7) $(x^2 + 9y^6)(x + 3y^3)(x – 3y^3)$
8) Can't factor.

9) $(x + 7)(x - 2)$
10) $4x^3(x + 4)(x + 5)$
11) $x = -22, 2$
12) $Y = \frac{-12-4X}{3} = -\frac{4}{3}X - 4$
13) $Y = \frac{-3X+5}{6} = -\frac{1}{2}X + \frac{5}{6}$
14) $x = \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$, $y = 4$
15) $x = \frac{9}{20}$, $y = \frac{3}{10}$
16) $x = -\frac{1}{3}$
17) $x = \frac{2}{5}$
18) $x = -\frac{37}{260}$
19) $x = -2, 9$
20) $x = 2 \pm \sqrt{2}$
21) $x = -8, -1$
22) $x = -8, -1$
23) $x = \frac{2}{3}, -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$
24) $x = 0, \frac{1}{2}$
25) $x = 2, -\frac{1}{3}$
26) $x = \frac{5 \pm \sqrt{241}}{12}$
27) $x = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}$
28) $x = -4, 1$
29) $x = -6, -3$
30) $x = \frac{-9 \pm 3\sqrt{17}}{2}$
31) No solution.
32) $x = 0, \pm 1$
33) $x = 0, 10$
34) $x = -3, 9$
35) $x = 7, \frac{3}{7}$
36) $x = 0, -10, 3$
37) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$
38) 4, 6 & -2, -12
39) $\frac{2\sqrt{2\pi}}{\pi} \approx 1.5958$

Problem Set #8

1) $216x^9$
2) $36x^7$
3) $6\sqrt{2}$
4) 4
5) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
6) $(x + 10)(x + 15)$
7) $(x - 10)(x - 15)$
8) $(x + 30)(x - 5)$
9) $(x - 30)(x + 5)$
10) $(x + 5)(x + 3)$
11) $(x - 10)(x + 2)$
12) $(x + 15)(x + 1)$
13) $2(x + 3)(x + 5)$
14) Can't factor.
15) $5(x^7 + 2)(x^7 - 2)$
16) $x(x^3 + 5)(x^3 - 5)$
17) $11x^6(x + 6)(x - 5)$
18) $M = \frac{20 - 4N}{5} = -\frac{4}{5}N + 4$
19) $M = \frac{5N + 3}{5} = N + \frac{3}{5}$
20) $x = \frac{1}{7}$
21) $x = \frac{\pm \sqrt{105}}{3}$
22) No solution.
23) $x = 2, -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$
24) $x = -29$

25) $x = -7, 0, 1$

26) $x = \frac{8 \pm 3\sqrt{10}}{2}$

27) $x = -3, 1$

28) $x = 1$

29) $x = \frac{1}{4}$, $y = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}$

30) $T_1 = \frac{299}{28} = 10\frac{19}{28}$

$T_2 = \frac{345}{28} = 12\frac{9}{28}$

31) 8 cm. x 18 cm.
32) ≈ 69.6 mph
33) (8, 10) & (-5, -16)

Problem Set #9

1) $-7x^2$
2) $-10x^3 + 3x^2$
3) $30x^4$
4) $9x^8$
5) 324
6) $\frac{1}{324}$
7) -8, 20
8) $3\sqrt{6}$
9) $X = \frac{1+Y}{5} = \frac{1}{5}Y + \frac{1}{5}$
10) $X = \frac{2Y-6}{3} = \frac{2}{3}Y - 2$
11) $(x + 9)(x + 6)$
12) $(x – 9)(x – 6)$
13) $(x + 18)(x – 3)$
14) $(x – 18)(x + 3)$
15) $(x + 1)^2$
16) $(x – 1)^2$
17) $4(x^4 – 7x^3 + 12)$
18) $x(x + 5)$
19) $x(x + 15)(x – 4)$
20) $x = 2, -3$
21) $x = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$
22) $x = \pm 13$
23) No solution.
24) $x = -9, -4$
25) $x = -2, 15$
26) $x = \frac{13 \pm \sqrt{165}}{2}$
27) $x = 16$
28) $x = -\frac{172}{21} = -8\frac{4}{21}$
29) $x = -\frac{1}{16}$
30) $x = -6 \pm \sqrt{35}$
31) $x = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$
32) $x = 4, -1$
33) $x = 0, -3, 10$
34) $x = -7, 3$
35) 7, 9 & -3, -21
36) Bill wins the race in 17 minutes, 9 seconds (rounded). It takes Jane 18 minutes even to finish.

Problem Set #10

1) $32x^{15}y^{10}$
2) $15x^2y + 5xy^2 + 2$
3) $\frac{8}{27}$
4) $\frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$
5) $(x + 8)(x + 12)$
6) $(x – 8)(x – 12)$
7) $(x – 4)(x + 24)$
8) $(x – 24)(x + 4)$
9) $(x + 18)(x – 18)$
10) Can't factor.

Algebra Review – Section A - ANSWERS

11) $(x^5 + 2)(x^2 - 2)$
12) Can't factor.
13) $(x^3 + 2y^3)(x^3 - 2y^3)$
14) $(x^2 + 100)(x + 10)(x - 10)$
15) $x(x + 5)^2$
16) $x = -4$
17) $x = -3, -1$
18) $x = -\frac{167}{56} = -2\frac{55}{56}$
19) $x = \frac{9 \pm \sqrt{129}}{2}$
20) $x = 0, \frac{3}{4}$
21) $x = -1, -2$
22) $\frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$
23) $x = -7, -6$
24) $x = 0, 1$
25) $x = \frac{6}{11}$
26) $x = -1, 2$
27) $x = 0$
28) $x = \pm 1$
29) $x = \frac{7 \pm \sqrt{89}}{5}$
30) $x = -5, 1$
31) No solution.
32) $x = -\frac{11}{18}$
33) $x = 3, y = 14$
34) $x = \frac{7}{11}, y = -\frac{19}{11} = -1\frac{8}{11}$
35) 18, 12
36) 48 mph

Algebra Review – Section B

Problem Set #1

1) $6x^3$
2) $56x^9$
3) $15w^6$
4) $3c^3$
5) $18r^8$
6) $12x^5$
7) $3x^4 + 2x^3$
8) $5x^2y^3$
9) $4x^6y^8$
10) $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$
11) $\frac{2y^4}{3x^8}$
12) 26
13) $2x^2 - 13x + 20$
14) $12x^6 - 18x^4$
15) $x^6 - 36$
16) $x^2 - 12x + 36$
17) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$
18) $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}, y = 9$
19) $x^2(x + 2)$
20) $(x - 6)(x - 4)$
21) $(x + 12)(x - 2)$
22) $(x^3 + 2)(x^3 - 2)$
23) Can't factor.
24) $x(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$
25) $4x^2y^3(3xy^2 - 1)$
26) $(x - 20)(x + 3)$
27) $3x^2(x + 4)(x + 2)$

28) $x = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

29) $x = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$

30) $x = 3$
31) $x = 2, 10$
32) $x = 4, 10$
33) $x = 6, 7$

34) $x = -\frac{51}{8} = -6\frac{3}{8}$

35) $x = -8$
36) -6 and 13
37) 8 ft x 7.5 ft

Problem Set #2

1) $2a^5$
2) a^{10}
3) $-14w^5$
4) $5x^3 + 2x^5$
5) -14
6) $x^2 - 6x - 55$
7) $18x^2 + 39x + 20$
8) $8x^{11} - 6x^8 + 14x^5$
9) $x^2 + 14x + 49$
10) $x^{10} - 36y^2$
11) $x^3 + 12x^2 + 47x + 60$
12) $25x^8$
13) $28x^6$
14) $7x^3y^2$
15) $12x^6y^7$
16) $5x^2 + 3x^3$
17) $8x^{12}y^9$

18) $\frac{36}{25} = 1\frac{11}{25}$

19) $\frac{5y^5}{3xz^2}$

20) $(x + 6)(x + 20)$
21) $(x - 4)(x + 30)$
22) $(x + 4)(x - 30)$
23) $(x - 20)(x - 6)$
24) $(x - 5)(x - 4)$
25) Can't factor.
26) $(3x + 7)(x + 2)$
27) $x^2(x - 7)(x + 4)$
28) $(x^3 + 9)(x^3 - 9)$
29) Can't factor.
30) Can't factor.
31) $x^3(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$
32) $3(x + 12)(x - 1)$
33) $x = \frac{1}{6}$

34) $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

35) $x = 3, 10$

36) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4} \approx$

-2.637, 1.137

37) $x = -2, 15$
38) $x = -5 \pm 4\sqrt{2} \approx$

-10.66, 0.66

39) $x = 10$
40) $x = 24$
41) $x = -4, y = 5$
42) Because $x = y$, one can't divide by $x - y$ (no division by zero).

Problem Set #3

1) $5\sqrt{3}$
2) $5\sqrt{30}$
3) $50\sqrt{3}$
4) $50\sqrt{30}$
5) $500\sqrt{3}$
6) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
7) $6x^{18}$
8) $6x^2y - 5xy^3$ $\quad x, y \neq 0$

9) $\frac{x+8}{x-7}$ $x \neq -3$

10) $\frac{2}{3x^3}$

11) $\frac{2y^5}{3x^4}$

12) $\frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$

13) $\frac{x^8}{81}$

14) $\frac{9x + 8y^4}{12x^2y^4}$

15) $23x^4$

16) $80x^8$

17) $8x^2 + 26xy + 15y^2$

18) $8x^2 + 14xy - 15y^2$

19) $x^2 + 40x + 400$

20) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

21) $(x - 5)(x - 2)$

22) $(x - 15)(x - 14)$

23) $(x - 6)(x + 35)$

24) $2x^2(3x + 4)$

25) $(x + 11)(x - 11)$

26) $4x^2(x - 1)(3x + 5)$

27) $x(x + 3)(x - 3)$

28) $x = \frac{51}{13} = 3\frac{12}{13}$

29) All real numbers.

30) $x = 0$

31) No solution.

32) $x = 1, 16$

33) $x = -6, 9$

34) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \approx -2.79, 1.79$

35) $x = -7, -2$

36) $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{3} \approx -0.43, 3.1$

37) $x = 6$

38) $x = 1, 4$

39) $x = -1, y = 3$

40) 8.625 miles

Problem Set #4

1) $8x^3$

2) $15x^2 + 3x^4$

3) $x^4 + 8x^2 + 15$

4) $3x^4 + 6x^3 - 15x^2$

5) $x^2 + x - 30$

6) $3x^6 + 3x^5 - 90x^4$

7) $x^2 - 16x + 64$

8) $x^3 - 4x^2 + x + 6$

9) $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

10) $\frac{27x^9}{8}$

11) $\frac{4x^2}{3y^4z^2}$

12) $5\sqrt{3}$

13) $23 + 9\sqrt{5}$

14) $9 + 4\sqrt{2}$

15) $\frac{3\sqrt{5}}{20}$

16) $\frac{3}{x^3}$

17) $x^2 - 4x - 12$ $x \neq 0$

18) $2x^2 - 12x$ $x \neq -2$

19) $\frac{x + 1}{x + 5}$ $x \neq 5$

20) $\frac{8x - 18}{x^2 - 3x}$

21) -17.5

22) 221.75

23) $x = \frac{3 - y}{2}$

24) $(x + 4)(x + 21)$

25) $(x - 28)(x + 3)$

26) $(x + 28)(x - 3)$

27) $(x - 4)(x - 21)$

28) $(5x - 4)(3x - 1)$

29) No solution.

30) $x = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

31) $x = -\frac{3}{8}$

32) No real solutions.
33) x = -8, -3
34) x = -6, -5

35) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{69}}{2} \approx$ -6.65, 1.65

36) x = -10
37) No solution due to division by zero.
38) x = -6, -4, 0
39) -14, -6 or 7, 12

Problem Set #5

1) $8x^5 - 3x^3 - 8x^2$
2) $20x^6y^6$
3) $8x^{15}y^6$
4) $x^2 - 64$
5) $9x^8 + 12x^4 + 4$
6) $16x^6 - 25y^4$
7) $x^3 - 30x^2 + 300x - 1000$
8) $2\sqrt{7}$
9) $8\sqrt{2}$
10) $\sqrt{7}$
11) $29 - 14\sqrt{7}$
12) $70 - 30\sqrt{5}$
13) -20
14) $-3 + 2\sqrt{3}$

15) $\frac{21+11\sqrt{3}}{-26}$

16) $10x^8$

17) $\frac{y^5}{5x^6z^5}$

18) $\frac{2x+7}{x^2-4}$

19) $\frac{x^2-3x}{4x+20}$ $x \neq 3$

20) $4x^2y^2 - 3x^3y^5 + 2x$ $x,y \neq 0$
21) $3x^5(x^2 + 3)(x^2 - 3)$
22) $x(x - 4)(x - 5)$

23) $\frac{31}{4} = 7\frac{3}{4}$

24) $x = \frac{3y-1}{2} = \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}$

25) $x = \frac{-3y-8}{7} = -\frac{3}{7}x - \frac{8}{7}$

26) x = -10, 6
27) x = 15
28) All real numbers.
29) x = -2, 10

30) $x = \frac{-4 \pm \sqrt{37}}{7} \approx$ -1.44, 0.298

31) $x = -2 \pm \sqrt{2} \approx$ -0.59, -3.41

32) $x = \frac{2}{3}, \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

33) $x = \frac{10}{13}$

34) No real solutions.
35) x = 0, 1

36) $x = -\frac{1}{4}$ (x = 3 yields division by 0).

37) 10:26 AM

Problem Set #6

1) $45x^{10}y^2$
2) $-27x^9y^{12}$
3) $8x^2 + 14x - 15$
4) $x^4 - 5x^3 - x^2 + 19x + 10$
5) $x^4 - 36$
6) $x^4 - 12x^2 + 36$
7) $3\sqrt{6}$
8) $6\sqrt{15}$
9) $30\sqrt{6}$
10) $60\sqrt{15}$

11) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
12) $-36 + 5\sqrt{7}$
13) $19 + 8\sqrt{3}$
14) $\frac{-5 + 3\sqrt{5}}{5}$
15) $\frac{25y^{16}}{9x^4}$
16) $4x^3 - 3x^2y$ $\quad x,y \neq 0$
17) $\frac{x+2}{x+8}$ $\quad x \neq 2$
18) $\frac{4x-3}{2-x}$ $\quad x \neq -2$
19) $\frac{4x-4}{3x-4}$ $\quad x \neq 0, 1$
20) $2x^4y(3x - 4y)$
21) $(x^3 - 6)(x^3 - 2)$
22) $x(x + 2)(2x - 5)$
23) $x = 2y - 10$
24) $x = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$, $y = \frac{4}{5}$
25) $x = \pm 10$
26) No solution.
27) $x = 0, 3, 5$
28) $x = \pm 4$
29) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{19}}{3} \approx -2.12, 0.79$
30) No real solutions.
31) $x = -7, 5$
32) $x = -4 \pm \sqrt{11} \approx -7.32, -0.68$
33) $x = -5$
34) $x = 1, 15$
35) 13 nickels and 5 quarters.

Problem Set #7

1) $-32x^9y^{13}$
2) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$
3) $\frac{x-7}{x+13}$ $\quad x \neq 3$
4) $\frac{9y^2 + 10x}{12x^2y^3}$
5) $-\frac{5 + 2x}{x^3}$ $\quad x \neq \frac{5}{2}$
6) Can't factor.
7) $5(x - 2)(x + 7)$
8) $(x + 10)(x - 10)$
9) Can't factor.
10) Can't factor.
11) $x^4(3 + 5x)(3 - 5x)$
12) $(5x - 2)(x + 5)$
13) $x = \frac{3y + 18}{2} = \frac{3}{2}y + 9$
14) $x = 5, y = -2$
15) $x = -7, -5$
16) $x = -1, -\frac{2}{3}$,
17) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{19}}{2} \approx -4.68, -0.32$
18) $x = \frac{5 \pm \sqrt{145}}{6} \approx -1.17, 2.84$
19) $x = \frac{145}{12} = 12\frac{1}{12}$
20) $x = -1, \frac{3}{4}$
21) No solutions due to division by zero.
22) $x = -3$
23) $x = 2, \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
24) $x = 0, \pm 10$
25) $75 - 50\sqrt{2}$
26) 360 m

Problem Set #8

1) $3x^4 + 22x^2 + 7$
2) $3x^3 + 21x^2 + x + 7$
3) $100x^4y^6$
4) $100x^4 - 4x^2y^6$
5) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$
6) $\frac{4x^6y^6}{9}$
7) $x - 4$ $\quad x \neq 0$
8) $\frac{2x^2 - 12x}{x+6}$ $\quad x \neq 2$
9) $\frac{x+8}{x-7}$
10) $-\frac{1}{2}$ $\quad x \neq 0, 1$
11) $x = 4, y = 0$
12) $(x^3 + y^2)(x^3 - y^2)$
13) $3x^3(x^3 - 4)$
14) $(x^{10} + 4)(x^5 + 2)(x^5 - 2)$
15) $3x^5(x + 3)(x - 3)$
16) $x = 5, -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$
17) $x = -3 \pm \sqrt{7}$ $\approx -5.65, -0.354$
18) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{61}}{6} \approx -2.14, 0.47$
19) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{137}}{2} \approx -8.35, 3.35$
20) $x = -1, \frac{3}{4}$
21) $x = 1, 3$
22) $x = \frac{59}{6} = 9\frac{5}{6}$
23) $x = 1$
24) $x = -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$
25) $x = -1, 5$
26) 18 years old.
27) Let Kate be K and Bobby be B. Also let P be the percent taller than Bobby that Kate is. $K = (1 + P)B$ and $B = PK$. $B = 1$ so $1 = PK$ thus $K = \frac{1}{P}$. Plug this into the other equation to get $\frac{1}{P} = 1 + P$. This gets the equation $P^2 + P - 1 = 0$ which yields $P = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618$ (We eliminate the negative answer). This turns out to be the Golden Ratio minus 1 or the reciprocal of the Golden Ratio! In other words, if G is the golden ratio, it turns out that $\frac{1}{G} = G - 1$. Thus Kate's height is about 1.618 meters.